

Ex Determine the moment produced by the force (\vec{F}) shown in figure about point (o). Express the result as cartesian vector.

Solution:

مهمة:

① واضح من الشكل أن المطلوب في (3D). وفي

سؤال تأثير الأبعاد يفضل الحل بـ ستة اجزاء

الحادي الميكانيك وستة اجزاء ستة (i, j, k).

② القوة (\vec{F}) معلوم مقاديرها (2 KN). وهي يتم تمثيلها بصيغة (i, j, k). يجب ان نجد
الـ (\vec{U}_{AB}) الذي يعبر بقى اجزاءه وهو المتجه (\vec{U}_{AB}).

③ المتجه \vec{U}_{AB} ذو الوحدة الواحدة يمكن كتابته من خلال اضلاعيات نقاط بواسته

منظار:

$$\vec{U}_{AB} = \frac{(x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j + (z_2 - z_1)k}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

احداث نقاط بواسته اضلاعيات المتجه: $A(0, 12, 0), B(12, 0, 4)$

$$\therefore \vec{U}_{AB} = \frac{(12 - 0)i + (0 - 12)j + (4 - 0)k}{\sqrt{(12 - 0)^2 + (0 - 12)^2 + (4 - 0)^2}} = \frac{12i - 12j + 4k}{\sqrt{304}}$$

④ يقرب القوة العددية للقوة (\vec{F}) التي تدرس [2 KN] في المتجه \vec{U}_{AB} من \vec{U}_{AB} في المتجه (\vec{F}) بصيغة (i, j, k).

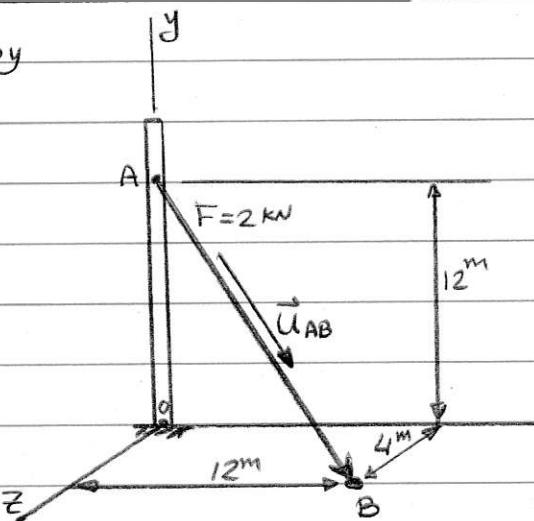
$$\therefore \vec{F} = F \vec{U}_{AB} = 2 \left(\frac{12i - 12j + 4k}{\sqrt{304}} \right)$$

$$\therefore \vec{F} = 1.3765i - 1.3765j + 0.45883k$$

⑤ جد المتجه \vec{r}_{OA} أو المتجه \vec{r}_{OB} بصيغة (i, j, k) حيث ان كل منها يمثل متجه من النقطة التي تدور حولها (\vec{F}) وهي نقطة (O) الى المتجه (\vec{F})

$$\therefore \vec{r}_{OA} = 0i + 12j + 0k$$

$$\vec{r}_{OB} = 12i + 0j + 4k$$



٧- لرياح العزم $M@O$ الناتج عن المؤثر (\vec{F}) سُـعْد معاشر الـ (\vec{r})

$$M@O = \vec{r}_{OA} \times \vec{F} \quad \text{or} \quad M@O = \vec{r}_{OB} \times \vec{F}$$

$$M@O = \vec{r}_{OA} \times \vec{F} \quad \text{بـ تطبيق}$$

$$M@O = \vec{r}_{OA} \times \vec{F} = (0i + 12j + 0k) \times (1.3765i - 1.3765j + 0.45883k)$$

$$M@O = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 12 & 0 \\ 1.3765 & -1.3765 & 0.45883 \end{vmatrix}$$

$$= i((12)(0.45883) - (0)) - j(0 - 0) + k(0 - (12)(1.3765)) \\ = (5.5i - 16.5k) \text{ KN.m}$$

بـ تطبيق

$$M@O = \vec{r}_{OB} \times \vec{F} = (12i + 0j + 4k) \times (1.3765i - 1.3765j + 0.45883k)$$

$$M@O = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 12 & 0 & 4 \\ 1.3765 & -1.3765 & 0.45883 \end{vmatrix}$$

$$= i(0 - (-1.3765)(4)) - j((12)(0.45883) - (4)(1.3765)) + k((12)(-1.3765) - 0) \\ = (5.5i - 16.5k) \text{ KN.m}$$

وهو نفس العزم الناتج في النزاع (٩) اعمده

٨- استخدام معاشر الـ (\vec{r}) في حديدتة $M@O$ بصيغة i, j, k

علوة سهلة وواضحة ، تتطلب حللي

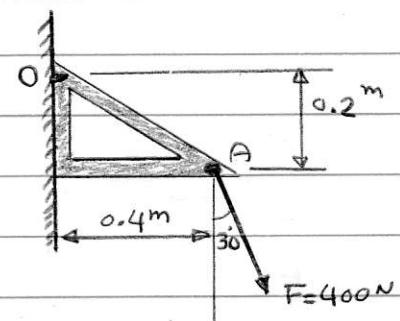
أ- كتابة صيغة في نقطه السنان (O) اى \vec{r} لـ نقطة المؤثر (\vec{F}) بـ (i, j, k) .

بـ كتابة المؤثر (\vec{F}) بصيغة (i, j, k) .

مـ $M@O = \vec{r} \times \vec{F}$ تطبيق

Ex Force (\vec{F}) acts at the end of the angle bracket shown in figure.

Determine the moment of the force about point (O).



Solution :-

Method ① : scalar analysis

(scalar) راسخ اخواص (2D) دلائل ينفع اسقاط اربع الحيل العددي

$$M_{@O} = Fd$$

ولتكن بيب ايصال (d) التي تم اقصادها من نقطة (O) الى المتجه (\vec{F}). تكون

القوة (\vec{F}) مائلة، سيم قيسها الى مركبة على محوري x و y :-

$$(0.2^m) F_x = F \sin 30^\circ = 400 \times \sin 30^\circ = 200 \text{ N} \rightarrow$$

$$(0.4^m) F_y = F \cos 30^\circ = 400 \times \cos 30^\circ = 346.4 \text{ N} \downarrow$$

$$\therefore M_{@O} = (200)(0.2) - (346.4)(0.4) = -98.6 \text{ N.m}$$

$$\text{or} = 98.6 \text{ N.m}$$

$$\text{or} = (-98.6 \text{ k}) \text{ N.m}$$

Method ② : Vector analysis

- على (العلم من كورس) سنت (2D) يعين اسقاط اربع الحيل المتجه (vector) لايصال (force)

- تمثل المتجه من (O) الى القوة (\vec{F}) بمعنی (i, j, k) فهو :-

- تمثل القوة (\vec{F}) بمعنی (i, j, k) يتم بعد تمثيل القوة (\vec{F}) الى مركبة على محوري (x, y).-

$$F_x = 400 \sin 30^\circ = 200 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_y = 400 \cos 30^\circ = 346.4 \text{ N} \downarrow$$

$$\therefore \vec{F} = 200i - 346.4j + 0k$$

- اذن يكون المترسم :-

$$M_{@O} = \vec{r}_{OA} \times \vec{F} = (0.4i - 0.2j + 0k) \times (200i - 346.4j + 0k)$$

$$M_{@O} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0.4 & -0.2 & 0 \\ 200 & -346.4 & 0 \end{vmatrix} = i(0-0) - j(0-0) + k((0.4)(-346.4) - (200)(-0.2)) \\ = (-98.6 \text{ k}) \text{ N.m}$$