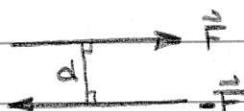


## 4.4. Moment of a Couple

عزم المزدوج

Couple

المزدوج هو مجموع متواليتين متوازيتين في المعاشر معاً لكن في الاتجاه  
يُفضل سيرها معاً في مجموعتين متوازيتين (d).



ويمكن أن نعمل على العوامل في (صفر)، لذلك

فإن المزدوج يجب فقط تأثيره للتدوير  
(مثل مسلسل عجلة ثارة المسار بين اثنين وتدوير العجلة)

- \* العزم الناجع عن المزدوج يُعرف "عزم المزدوج" (a couple moment) ويعتبر خالياً من الاتجاه.
- \* قيمته متساوية لإيجاد مجموع عزم العوامل المكونة للمزدوج حول نقطتين مختلفتين.
- \* عزم المزدوج هو متجه حر (Free Vector) أي أنه يمكن تحريكه (توكيل) على أي نقطة وليس شرط العزم (moment) حول نقطة (أو محور) الذي سبق المعرفة.

$$\begin{aligned} \vec{F} & \quad \vec{F} & M_{O O} = \vec{r}_B \times \vec{F} + \vec{r}_A \times (-\vec{F}) \\ \vec{r} & \quad \vec{r} & = (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \times \vec{F} \\ \vec{r}_B & \quad \vec{r}_A & \text{but } \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r} \Rightarrow \text{or } \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A, \text{ then} \\ & & M_{O O} = \vec{r} \times \vec{F} \end{aligned}$$

وبذلك يكون عزم المزدوج لعمليات (F) وليس على  $\vec{r}_B$  أو  $\vec{r}_A$ .

### Moment of a Couple Formulation

#### Scalar Formulation

Magnitude

$$M = Fd$$

حيثان:-

F: قدر أحد العوامل المزدوج

d: المسافة العمودية بين قوى

#### Vector Formulation

استعمال الضرب الدريجي Cross Product لـ

عزم المزدوج :-

$$M = \vec{r} \times \vec{F}$$

اتجاه عزم المزدوج

يُصنّع لاتجاه الاتجاه

في تابعه الدي المعرف

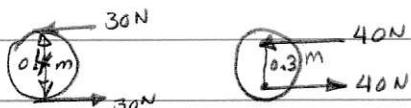
(M) سكون مجموعتين

المساوي الذي يحتوي

(القوى)

## Equivalent Couples

اطرز واجات المتكافئة هي اذا كان هناك اجزاء مترادفة لمحصلة المقادير ونفس الاتجاه ، فأن



$$M = (0.4)(30) = 12 \text{ N.m}$$

$$M = (0.3)(40) = 12 \text{ N.m}$$

حيث المترادفات يعتبران متكافئتين.

في الشكل المذكور ، كلا المترادفات في المقدار (12 N.m) واتجاهاته هو مماثل على الورقة (خارج من الورقة).

## Resultant Couple

## Moment

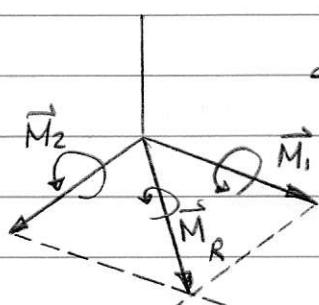
محصلة عزم المترادفع  $\vec{M}$  بدارنة عزم المترادفع هو (vector) وذلك يمكن ايجاد المقدار

بتطبيق جمع المتجهات وذلك من خلال

تحريك  $\vec{M}_1$  ،  $\vec{M}_2$  ،  $\vec{M}_R$  (لما كانت المتجهات صفرة) الى ان

تلتقى برايتهما وهي ثم نقل سواريا لاصدار

$\vec{M}_R$  حيث المقدار



أو يمكن كتابة المقدار  $i, j, k$  times  $\vec{r} \times \vec{F}$

$$M_R = \sum (\vec{r} \times \vec{F})$$

مثلاً ، في صيغة (3D) ، يتم الحصول على عزم المترادفع من خلال التفسير المتجهي (Vector)

$$M = \vec{r} \times \vec{F}$$

مثلاً ٢ ، ستجد يبدأ من اي نقطة على خط تأثير القوة الاولى الى اي نقطة

على خط تأثير القوة الثانية .

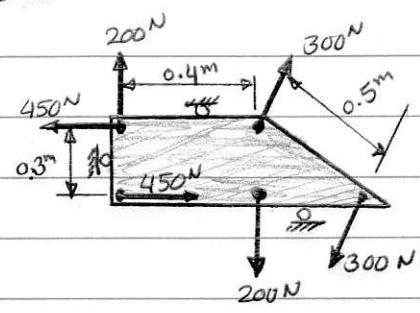
Ex Determine the resultant couple moment of the three couples acting on the plate.

Solution:

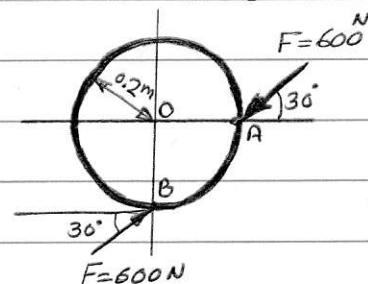
$$M_R = \sum M$$

$$= (450)(0.3) - (200)(0.4) - (300)(0.5)$$

$$= -95 \text{ N.m} \quad \text{or} = 95 \text{ N.m}$$



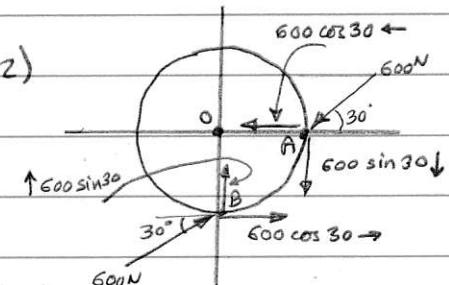
Ex Determine the magnitude and direction of the couple moment acting on the wheel shown in figure.



Solution :-

يمكن إيجاد  $M = Fd$  من خلال  $M$  تفاصيل حل كبيرة ( $d$  : المسافة التوقيعية بين خطي تأثير القوى) .  
أو يمكن علی كل قوة ا殿下 وربها على محوري ( $x, y$ ) about "O";

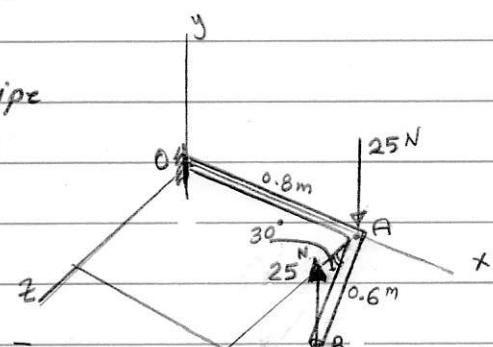
$$\therefore M_R = \sum M @ O = (600 \cos 30)(0.2) - (600 \sin 30)(0.2) \\ = 43.9 \text{ N.m}$$



$$\therefore M_R = \sum M @ A = (600 \cos 30)(0.2) - (600 \sin 30)(0.2) \\ = 43.9 \text{ N.m}$$

Free Vector !! !

Ex: Determine the couple moment acting on the pipe shown in figure. Segment AB is directed  $(30^\circ)$  below the  $(x-z)$  plane



Solution:-

العالي معها يعطي (vector) أو (3D) في  $i, j, k$

- المغذى أن في المتجه ( $\vec{r}_{AB}$ ) المراصد بين المتجه ( $\vec{r}_{AB}$ ) المادي . هنا المتجه

$$A(0.8, 0, 0), B(0.8, -0.6 \sin \theta, 0.6 \cos \theta)$$

$$\therefore \vec{r}_{AB} = (0.8 - 0.8)i + (-0.6 \sin \theta - 0)j + (0.6 \cos \theta - 0)k \quad [\theta = 30^\circ]$$

$$\vec{r}_{AB} = -0.3j + 0.5196k$$

- القوة بعديه (Cartesian Vector) هي

$$\vec{F} = 25j$$