and $(F_R)_y = (0 + 176.8 + 120) = 296.8\ N \uparrow$

or $= +296.8\ N$

ثم نجد مقدار واتجاه (magnitude and direction) للمحصلة الكلية (F_R) :-

$$F_R = \sqrt{(-383.2)^2 + (296.8)^2} = 484.7\ N$$ فيثاغورس

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{296.8}{383.2}\right) = 37.8^\circ$$

الحل الثاني: بطريقة Cartesian Vector Notation

اولاً: تمثيل كل متجه بصيغة i و j

$\vec{F}_1 \Rightarrow \quad \vec{F}_1 = -400\,i + 0\,j$

$\vec{F}_2 \Rightarrow \quad \vec{F}_2 = (250 \cos 45)\,i + (250 \sin 45)\,j$

$\vec{F}_2 = 176.8\,i + 176.8\,j$

$\vec{F}_3 \Rightarrow \quad \vec{F}_3 = \left(-200 * \frac{4}{5}\right) i + \left(200 * \frac{3}{5}\right) j$

$\vec{F}_3 = -160\,i + 120\,j$

ثانياً: نجمع الحدود المتماثلة (i أو j) لايجاد صيغة $\vec{F}_R$

$\vec{F}_R = (-400 + 176.8 - 160)\,i + (0 + 176.8 + 120)\,j$

$\therefore \vec{F}_R = -383.2\,i + 296.8\,j$

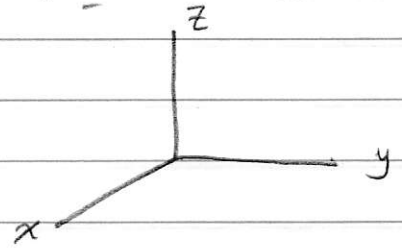
ثالثاً: نجد مقدار واتجاه المحصلة النهائية كما في الطريقة الاولى :-

$$F_R = \sqrt{(-383.2)^2 + (296.8)^2} = 484.7\ N$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{296.8}{383.2}\right) = 37.8^\circ$$

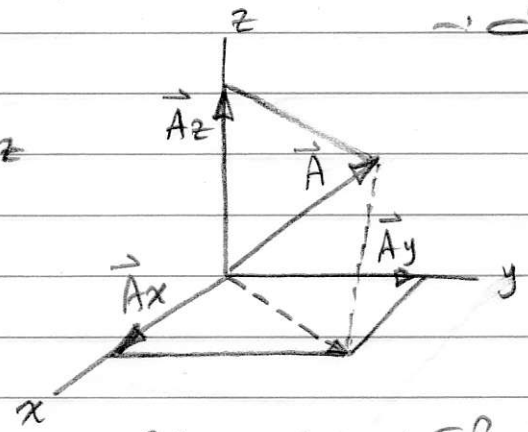
(2-5) Cartesian Vectors المتجهات الديكارتية (ثلاثية المحاور)

- المحاور الثلاث التي سيتم اعتمادها هي (x , y , z) وتتبع قاعدة اليد اليمنى :-



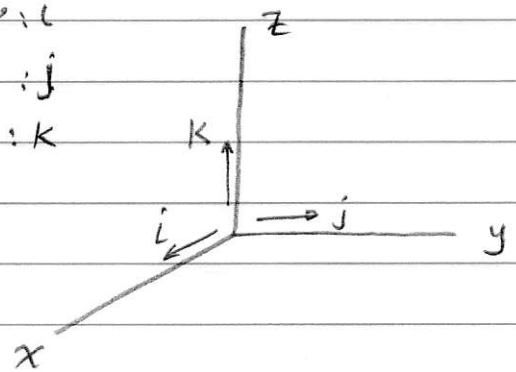
- اي متجه (Vector) في الفضاء (Space) يمكن تمثيله بمركباته على المحاور الثلاث :-

$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$ ∴



- في التطبيقات ثلاثية الابعاد، يجب التعامل مع الـ(unit vectors) باتجاهات الثلاث هي i , j , k

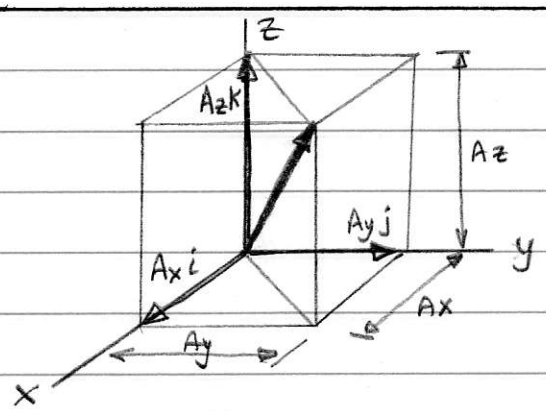
i : متجه مقداره وحدة واحدة ومتجه نحو محور x
j : " " " " " " " " y
k : " " " " " " " " z



- تمثيل المتجه (Vector) بصيغة المتجهات الديكارتية (Cartesian Vectors) يكون

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$$

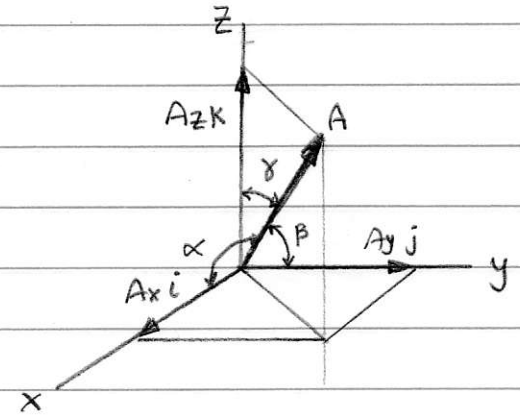
سيتفاوض هذه الصيغة في تمثيل المتجه وذلك لتحديد مقدار (magnitude) واتجاه (direction) المتجه في الفضاء .



- لتحديد (magnitude) للمتجه :-

$$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$$

- لتحديد (direction) للمتجه :-



$\cos\alpha = \dfrac{A_x}{A}$, α الزاوية مع محور x

$\cos\beta = \dfrac{A_y}{A}$, β الزاوية مع محور y

$\cos\gamma = \dfrac{A_z}{A}$, γ الزاوية مع محور z

$(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ are called direction cosines

Note that; $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

∴ اذا توفرت لدينا زاويتين ، فيمكن ايجاد الزاوية الثالثة من العلاقة اعلاه .

- جمع المتجهات الديكارتية (المتجهات في الفضاء / ثلاثية الابعاد)

if $\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$ and $\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k$

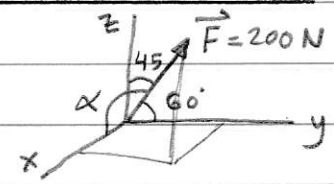
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\therefore \quad \vec{R} = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j + (A_z + B_z)k$$

أو بصفة عامة ، ولأي عدد من المتجهات ، فأن المحصلة تساوي :-

$$\vec{F}_R = \Sigma \vec{F} = \Sigma F_x i + \Sigma F_y j + \Sigma F_z k$$

Ex Express the force ($\vec{F}$) shown in figure, as a cartesian vector



Solution

- نجد اولاً الزاوية الثالثة

$\because \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1 \Rightarrow \therefore \cos^2\alpha + \cos^2(60) + \cos^2(45) = 1$

$\therefore \cos^2\alpha = 1 - 0.25 - 0.5 \Rightarrow \therefore \cos^2\alpha = 0.25$

$\therefore \cos\alpha = \mp 0.5$

$\therefore \alpha = 60^\circ$ or $= 120^\circ$

في الشكل واضح بأن $\vec{F_x}$ هي بأتجاه محور (x) الموجب لذلك فأن $\alpha = 60^\circ$

- نجد مركبات القوة ($\vec{F}$) بالاتجاهات الثلاث

$\because \cos\alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow \therefore F_x = F\cos\alpha \Rightarrow \therefore F_x = 200\cos 60$

$\therefore F_x = 100$ N

$\because \cos\beta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow \therefore F_y = F\cos\beta \Rightarrow \therefore F_y = 200\cos 60$

$\therefore F_y = 100$ N

$\because \cos\gamma = \frac{F_z}{F} \Rightarrow \therefore F_z = F\cos\gamma \Rightarrow \therefore F_z = 200\cos 45$

$\therefore F_z = 141.4$ N

- نكتب المتجه بصيغة Cartesian Vector

$\therefore \vec{F} = F_x i + F_y j + F_z k$

$\vec{F} = (100 i + 100 j + 141.4 k)$ N

للتأكد من ان قيمة (magnitude) المتجه الناتج ($\vec{F}$) هي نفس المقدار الاصلي؟

$\because A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

$\therefore F = \sqrt{100^2 + 100^2 + 141.4^2} \Rightarrow \therefore F = 199.98 \approx 200$ N

$\therefore$ O-K