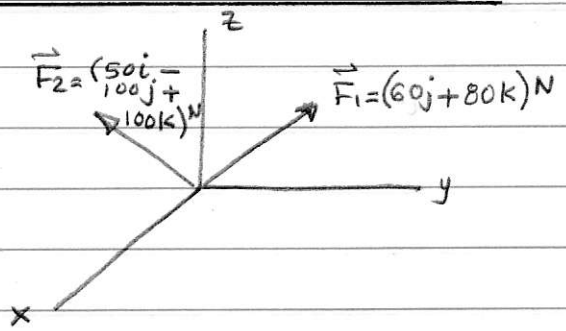
Ex Determine the magnitude and the coordinate direction angles of the resultant force.



Solution: يلاحظ بأن المتجهات $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ ممثلة بصيغة i ، j ، k لذلك يتم إيجاد المحصلة resultant مباشرة من

$$\vec{F}_R = \Sigma F_x i + \Sigma F_y j + \Sigma F_z k$$

$$= (0i + 60j + 80k) + (50i - 100j + 100k)$$

$$\therefore \vec{F}_R = (50i - 40j + 180k)\ N$$

نجد بعدها مقدار magnitude المحصلة من خلال

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{(50)^2 + (-40)^2 + (180)^2}$$

$$\therefore F_R = 191\ N$$

نجد بعدها زوايا ميل المحصلة مع المحاور الثلاث

$$\because \cos\alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow \therefore \cos\alpha = \frac{50}{191} \Rightarrow \therefore \alpha = 74.8^\circ$$

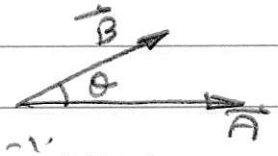
$$\because \cos\beta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow \therefore \cos\beta = \frac{-40}{191} \Rightarrow \therefore \beta = 102^\circ$$

$$\because \cos\gamma = \frac{F_z}{F} \Rightarrow \therefore \cos\gamma = \frac{180}{191} \Rightarrow \therefore \gamma = 19.5^\circ$$

(2-6) Dot Product عملية ضرب متجه في متجه بأسلوب الـ (.)

تستخدم هذه الطريقة في ضرب المتجهات لإيجاد الزاوية بين متجهين في الفضاء (ثلاثية الابعاد)

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\cos\theta$$



ملاحظة مايلي :-

- ناتج عملية الضرب هو كمية عددية (scalar) وليس (vector)
- $\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$
- $a(\vec{A}\cdot\vec{B}) = (a\vec{A})\cdot\vec{B} = \vec{A}\cdot(a\vec{B})$
- $\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{D}) = (\vec{A}\cdot\vec{B}) + (\vec{A}\cdot\vec{D})$

- عند تمثيل المتجهات بصيغة Cartesian vectors (i ، j ، k) فأن :-

if $\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k$ and $\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k$

then: $\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Note that :-

$A_x i \cdot B_x i = A_x B_x \cos\theta$ وبما ان الزاوية هي (صفر) بين i و i

لذلك يكون $\cos 0^\circ = 1 \Rightarrow A_x i \cdot B_x i = A_x B_x$

وهكذا لبقية القيم الاخرى

* تطبيقات الـ (dot Product) هي :-

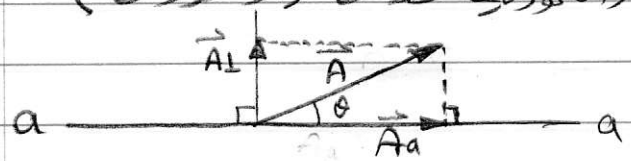
① تحديد الزاوية بين متجهين أو خطين من خلال استغلال العلاقة :-

$\vec{A}\cdot\vec{B} = A\,B\cos\theta$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB}\right) \qquad 0^\circ \le \theta \le 180^\circ$$

ملاحظة: اذا كان ناتج $\vec{A}\cdot\vec{B}$ يساوي (0) ، اذن الزاوية بين المتجهين ($\theta = 90^\circ$) وهذا يعني بأن المتجهين متعامدين .

ج) لايجاد مكونات المتجه الموازية والعمودية لخط ما (او محور ما)



من الشكل:

* مركبة المتجه $\vec{A}$ الموازية (أو المطابقة) لمحور aa هي $\vec{A}_a$

$$A_a = A\cos\theta$$

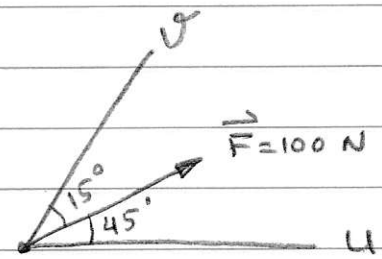
وتدعى هذه المركبة اتفاقاً "اسقاط المتجه $\vec{A}$ على الخط aa"

projection of vector $\vec{A}$ on the line (aa)

* مركبة المتجه $\vec{A}$ العمودية لمحور aa هي $\vec{A}_\perp$

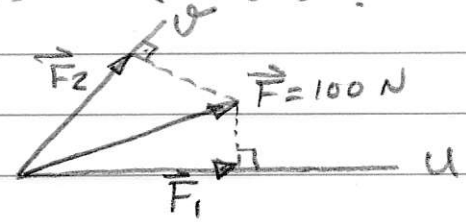
$$A_\perp = A\sin\theta$$

<u>Ex</u> Determine the magnitudes of the projection of the force ($\vec{F}$) on the u and v axes shown in figure.



<u>Solution</u>:

اسقاط المتجه (القوة F) على محوري u و v ينتج عنه



$$F_1 = F\cos 45 = 100\cos 45 = 70.7\ N$$
$$F_2 = F\cos 15 = 100\cos 15 = 96.6\ N$$

* هل ان $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ السابقة هي نفسها المركبات التي نحصل عليها من تطبيق قاعدة متوازي الاضلاع بمحاور u و v ؟؟