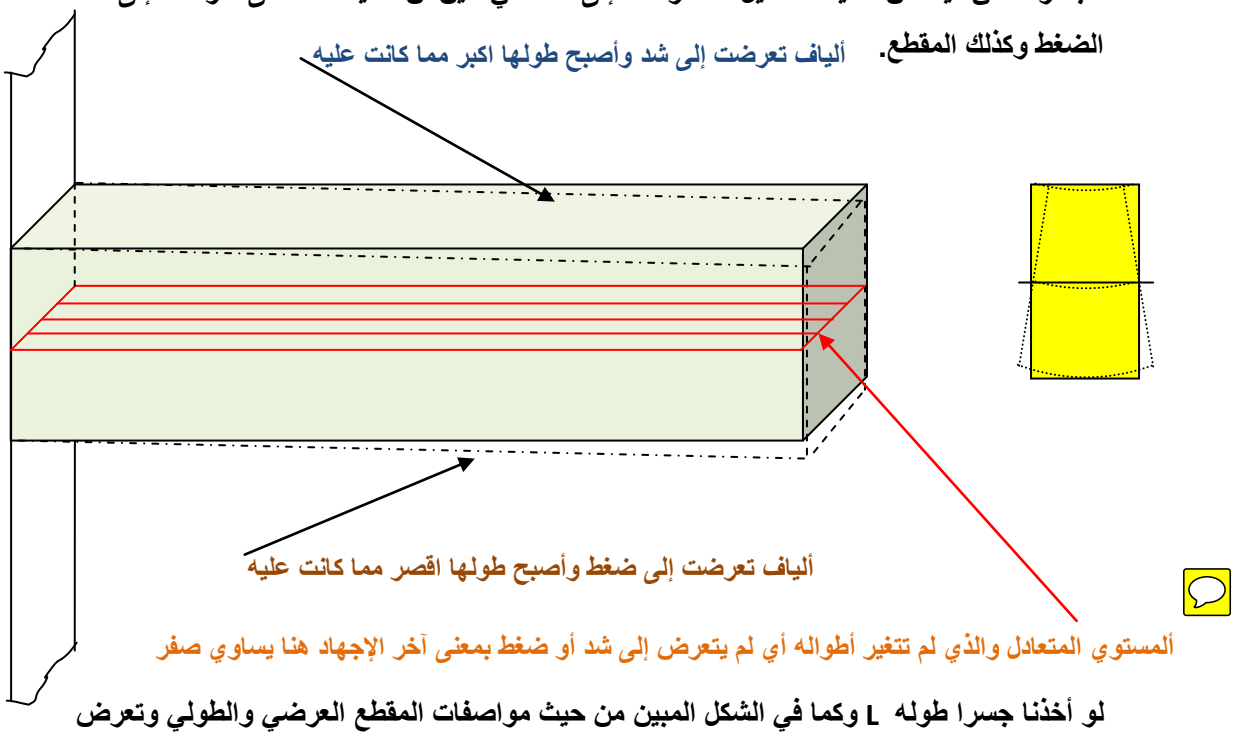
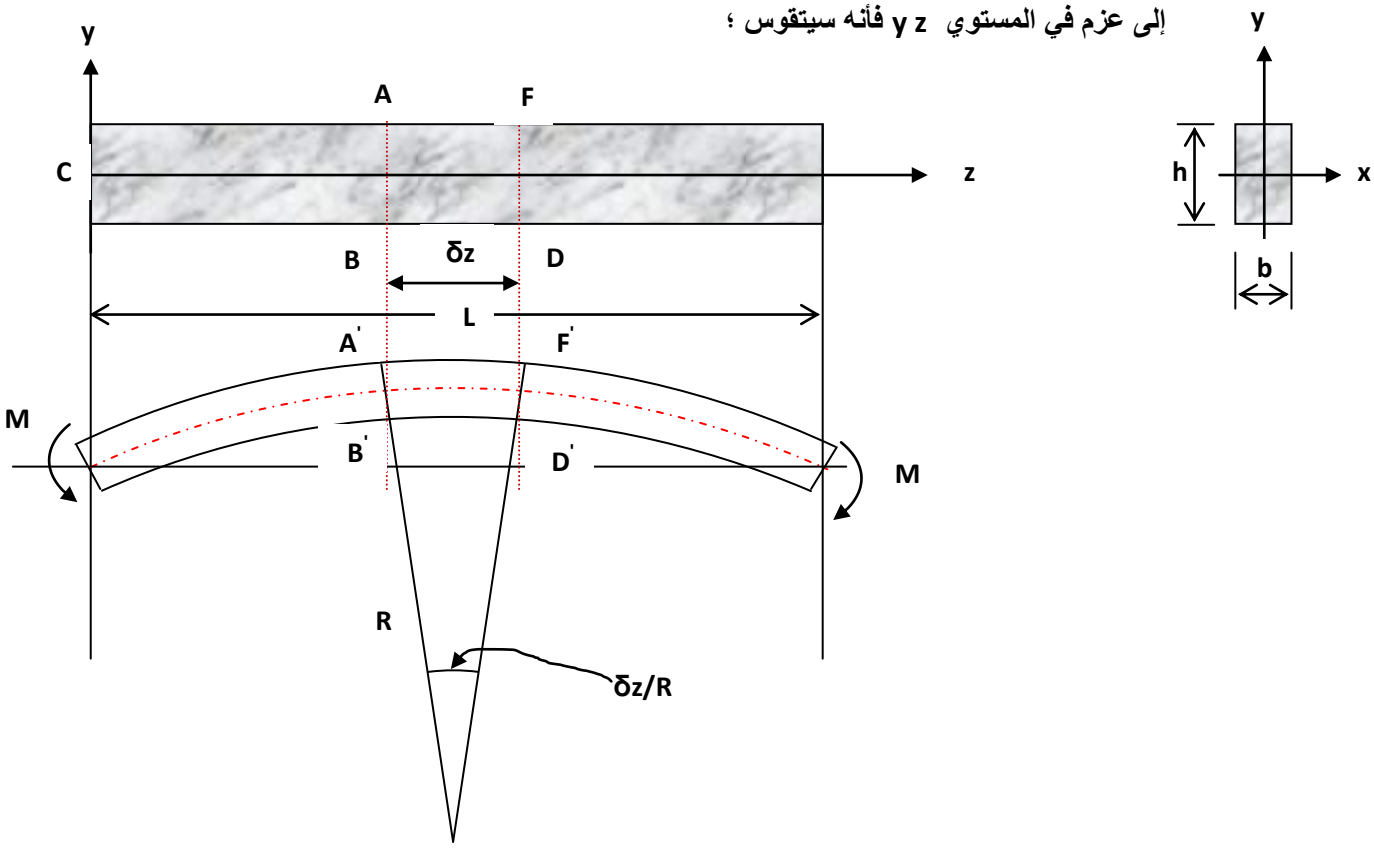
Longitudinal stresses in Beams

الأجهادات الطولية في الجسور

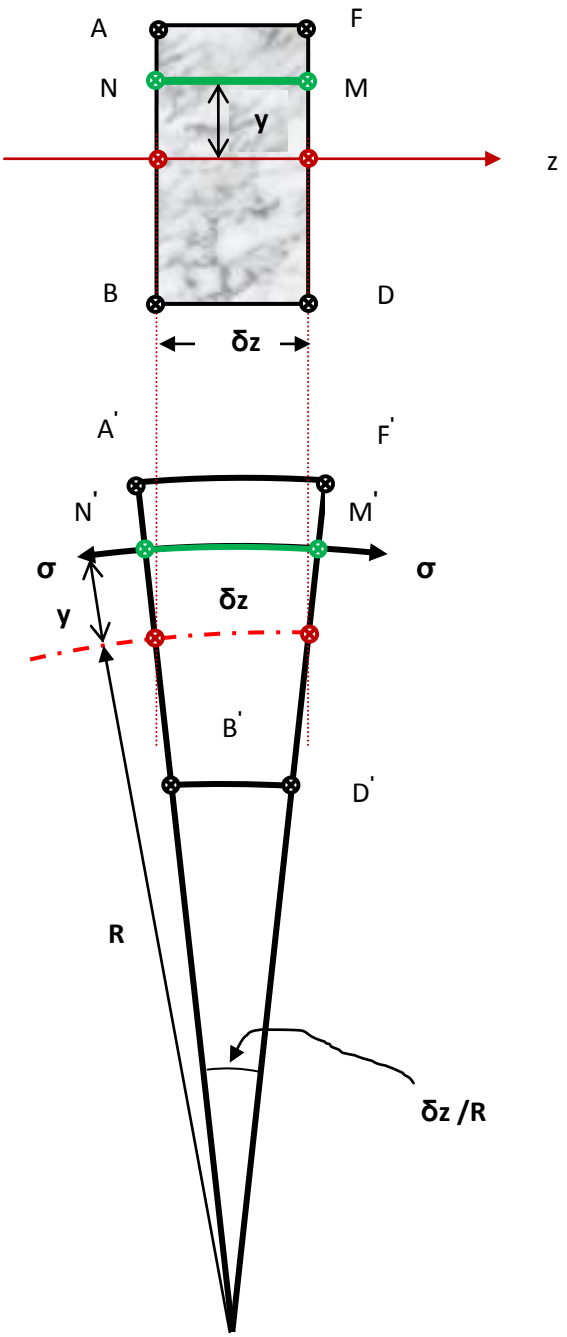
تتعرض الجسور نتيجة تحميلها عرضيا إلى اجهادات طولية بسبب عزوم الانحناء التي تتعرض لها بسبب هذه الأحمال . كما إن مقاطع هذه الجسور تتعرض كذلك إلى اجهادات القص . لاحظ مخطط الجسر الناتئ كيف أن الألياف العليل قد تعرضت إلى الشد في حين أن الألياف السفلى تعرضت إلى الضغط وكذلك المقطع.



لو أخذنا جسرا طوله L وكما في الشكل المبين من حيث مواصفات المقطع العرضي والطولي وتعرض إلى عزم في المستوي y z فأنه سيتقوس ؛



دعنا نكبر الجزء ABDF ونأخذ العنصر الليفي NM الموازي الى المحور الطولي CZ والذي طوله قبل التقوس يساوي δz اما طوله بعد التقوس فسيساوي :



N' M' =(R+y) δz/R

Elongation in the element = N' M' –NM

=(R+y) δz/R – δz = (y/R) δz

The longitudinal strain of the fiber NM is therefore:

ϵ = [(y/R) δz] / δz =y/R

But σ=E ϵ =E y/R

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \sigma\, by\, dy \quad = \frac{E}{R}\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} by^2\, dy \quad = \frac{EI_x}{R}$$

From which:

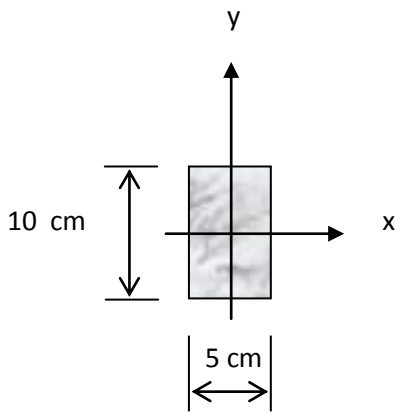
$$\frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R} = \frac{M}{I_x}$$

The famous equation is :

$$\sigma = \frac{M\,y}{I_x}$$

<u>Problem (</u>John Case &Chilver):

A steel bar of rectangular cross-section, 10 cm deep and 5 cm wide, is bent in the planes of the longer sides . Estimate the greatest allowable bending moment if the bending stresses are not to exceed 150 MN/ m^2 in tension and compression.



Solution:

The bending moment is applied about the x-axis . The second moment of area about this axis is:

$$\boldsymbol{I_x = \frac{1}{12}(0.05)(0.10)^3 = 4.16X10^{-6}\ m^2}$$

The bending stress, at a fiber a distance y from x axis ,is :

$$\boldsymbol{\sigma \ = \ \frac{M\ y}{I_x}}$$

Where M is the applied moment. If the greatest stresses are not to exceed 150 MN/m^2, we must have:

$$\boldsymbol{\sigma \ = \ \frac{M\ y}{I_x}} \leq 150\ \mathrm{MN/m^2}$$

The greatest bending stresses occur in the extreme fibers where y=5 cm. Then,

$$M \leq \frac{(150x10^6)I_x}{(0.05)} = 12500\ Nm.$$

Now the second moment of area about y axis is :

$$\boldsymbol{I_y = \frac{1}{12}(0.10)(0.05)^3 = 1.04X10^{-6}\ m^2}$$

$$\boldsymbol{M \leq \frac{(150x10^6)I_y}{(0.025)} = 6250\ Nm.}$$